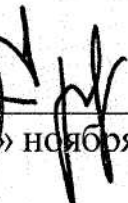


**«УТВЕРЖДАЮ»**  
Директор Федерального института  
педагогических измерений

**«СОГЛАСОВАНО»**  
Председатель Научно-  
методического совета ФИПИ  
по математике



  
А.Г. Ершов

«21» ноября 2008 г.



Г.Г. Канторович

«21» ноября 2008 г.

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

**Демонстрационный вариант КИМ 2009 г.**

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Пояснения к демонстрационному варианту

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2009 года следует иметь в виду, что задания, включённые в демонстрационный вариант, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2009 году. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2009 года, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте [www.fipi.ru](http://www.fipi.ru).

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, их форме, уровне сложности: базовом, повышенном и высоком.

К каждому заданию с развернутым ответом (тип С), включенному в демонстрационный вариант, дается только одно из возможных решений. Приведённые критерии оценки этих решений позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки и сдачи ЕГЭ в соответствии с целями, которые они ставят перед собой.

Для правильной распечатки файла демонстрационного варианта по математике необходимо установить на компьютере программное обеспечение MathType версии не ниже 5.0.

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ****Демонстрационный вариант 2009 г.****Инструкция по выполнению работы**

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1–А10 и В1–В3) базового уровня по материалу курса математики. К каждому заданию А1–А10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям В1–В3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В4–В11, С1, С2) по материалу курса математики. К заданиям В4–В11 надо дать краткий ответ, к заданиям С1 и С2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (С3, С5) и одно – геометрическое (С4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

**Желаем успеха!**

## ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1–А10 в бланке ответов №1 под номером выполняемого задания поставьте знак "×" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

А1

Упростите выражение  $\frac{10^{1,4}}{10^{0,7}}$ .

- 1) 0,7                      2) 2                      3)  $10^{0,7}$                       4)  $10^2$

А2

Вычислите:  $\sqrt[3]{0,064 \cdot 27}$ .

- 1) 0,36                      2) 3,4                      3) 1,2                      4) 0,012

А3

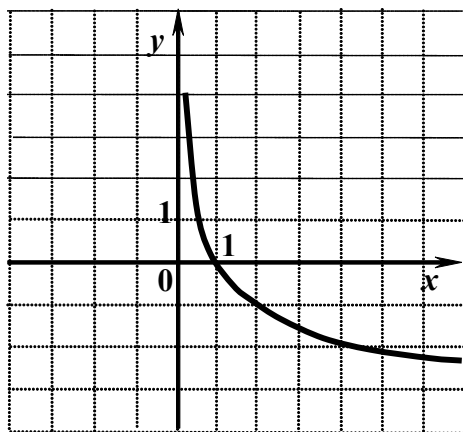
Вычислите:  $\log_2 400 - \log_2 25$ .

- 1) 8                      2) 2                      3) 3                      4) 4

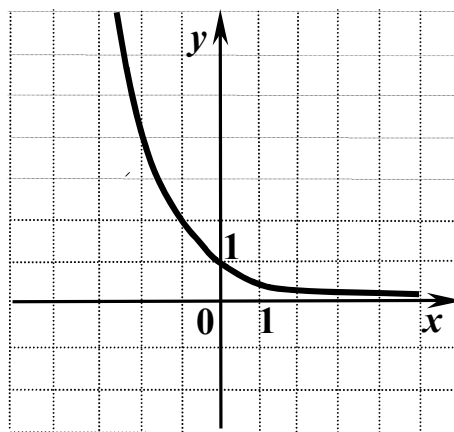
А4

На одном из рисунков изображен график функции  $y = \log_2 x$ . Укажите номер этого рисунка.

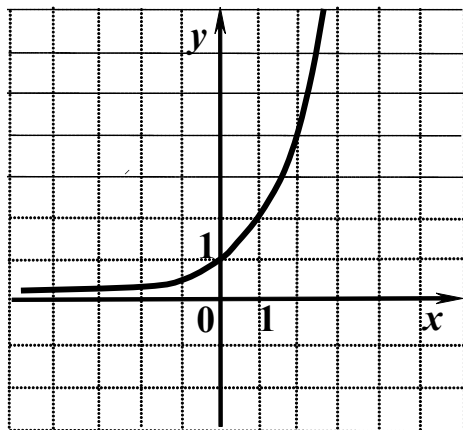
1)



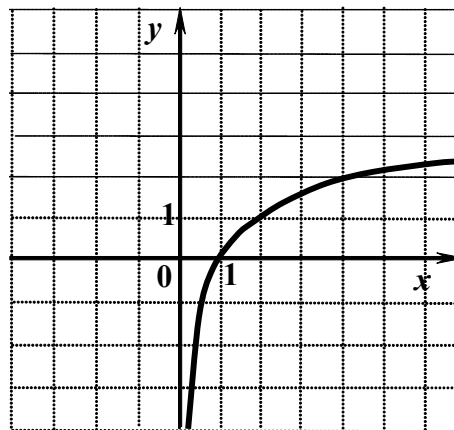
2)



3)



4)



**A5**Найдите производную функции  $h(x) = e^x - 4x^2$ .

1)  $h'(x) = e^x - \frac{4}{3}x^3$

2)  $h'(x) = e^x - 8x$

3)  $h'(x) = e^x - 2x$

4)  $h'(x) = e^x - 4x$

**A6**Найдите множество значений функции  $y = 3 \cos x$ .

1)  $(-\infty; +\infty)$

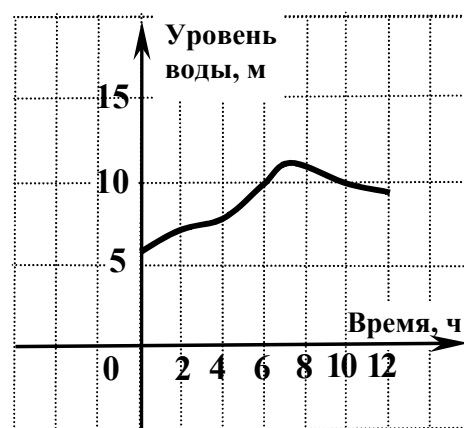
2)  $[-3; 3]$

3)  $[-1; 1]$

4)  $[0; 3]$

**A7**

На рисунке показано изменение уровня воды водохранилища в течение 12 часов во время паводка. Как только уровень воды превысил отметку 10 метров, через сливные отверстия в плотине начали сбрасывать воду до того момента, пока её уровень понизился до отметки 10 метров. Определите, сколько часов длился сброс воды.



1) 10

2) 2

3) 6

4) 4

**A8**Решите неравенство  $\frac{6x+18}{7x} \leq 0$ .

1)  $[-3; 0) \cup (0; +\infty)$

2)  $[-3; 0)$

3)  $[-3; +\infty)$

4)  $(-\infty; -3] \cup (0; +\infty)$

**A9**

Решите уравнение  $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ .

1)  $(-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

2)  $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

3)  $\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

4)  $\pm \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$

**A10**

Решите неравенство  $4^{6x+11} \geq 16$ .

1)  $(-\infty; -1,5]$     2)  $[-1,5; +\infty)$     3)  $\left[-\frac{5}{3}; +\infty\right)$     4)  $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right]$

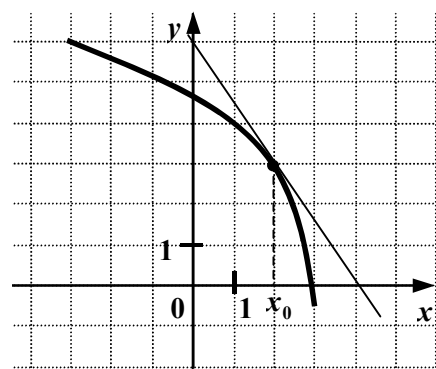
**Ответом на задания В1–В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов №1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

**B1**

Найдите  $\cos \alpha$ , если  $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ , и  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

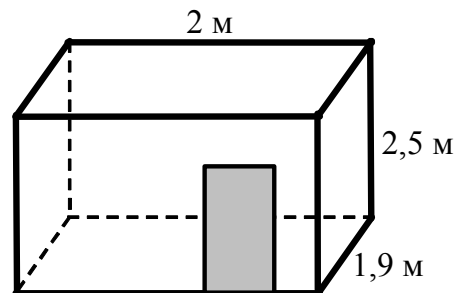
**B2**

На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной в точке  $x_0$ .



**В3**

Для оклейки стен ванной комнаты (см. рисунок) нужно приобрести керамическую плитку, причем плитка покупается с запасом в 10% от оклеиваемой площади. Ширина двери равна 0,75 м, высота – 2 м. Цена плитки 300 р. за 1 м<sup>2</sup>. Определите стоимость плитки, если стены решено оклеить полностью, от пола до потолка.



**ЧАСТЬ 2**

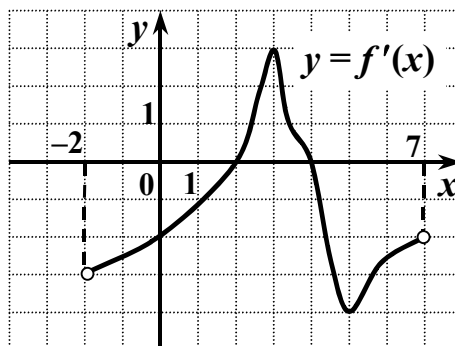
**В4**

Решите уравнение  $5^x + 20 \cdot (\sqrt{5})^x - 125 = 0$ .

(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите их произведение.)

**В5**

Функция  $y = f(x)$  определена на промежутке  $(-2; 7)$ . На рисунке изображен график ее производной. Укажите точку минимума функции  $y = f(x)$  на промежутке  $(-2; 7)$ .



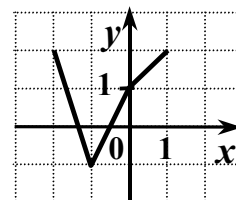
**В6**

Вычислите значение выражения  $6^{\log_6 5} + 100 \lg \sqrt{8}$ .

**В7**

Функция  $y = f(x)$  определена на всей числовой прямой и является периодической с периодом 3. На рисунке изображен график этой функции при  $-2 \leq x \leq 1$ . Найдите значение выражения

$$\frac{f(-1) \cdot f(9)}{f(-2)}$$



**В8**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение  $||x| + 5 - a| = 2$  имеет ровно 3 корня.

(Если значений  $a$  более одного, то в бланке ответов запишите их сумму.)

**B9**

Объемы ежегодной добычи нефти первой, второй и третьей скважинами относятся как  $6 : 7 : 10$ . Планируется уменьшить годовую добычу нефти из первой скважины на  $10\%$  и из второй – тоже на  $10\%$ . На сколько процентов нужно увеличить годовую добычу нефти из третьей скважины, чтобы суммарный объем добываемой за год нефти не изменился?

**B10**

Концы отрезка  $MK$  лежат на окружностях двух оснований цилиндра. Угол между прямой  $MK$  и плоскостью основания цилиндра равен  $30^\circ$ ,  $MK = 8$ , площадь боковой поверхности цилиндра равна  $40\pi$ . Найдите периметр осевого сечения цилиндра.

**B11**

Средняя линия прямоугольной трапеции равна  $9$ , а радиус вписанной в нее окружности равен  $4$ . Найдите большее основание трапеции.

*Для записи ответов на задания C1 и C2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – решение.*

**C1**

Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 16} \quad \text{при} \quad |x - 5,5| \leq 2,5.$$

**C2**

Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения

$$\frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} \quad \text{и} \quad \frac{\sqrt{2} \sin^4 \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos^4 \frac{x}{2}}{\operatorname{tg} x} \quad \text{принимает равные значения.}$$



## ЧАСТЬ 3

*Для записи ответов на задания С3–С5 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем – обоснованное решение.*

**С3** Найдите все значения  $x > 1$ , при каждом из которых наибольшее из двух чисел  $a = \log_2 x + 2 \log_x 32 - 2$  и  $b = 41 - \log_2^2 x^2$  больше 5.

**С4** Около правильной пирамиды  $FABC$  описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания  $ABC$  пирамиды. Точка  $M$  лежит на ребре  $AB$  так, что  $AM : MB = 1 : 3$ . Точка  $T$  лежит на прямой  $AF$  и равноудалена от точек  $M$  и  $B$ . Объем пирамиды  $TBCM$  равен  $\frac{5}{64}$ . Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды  $FABC$ .

**С5** Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых уравнение  $(1,5p - 7) \cdot 32^{0,4x+0,2} + (29p - 154) \cdot 0,125^{-\frac{x}{3}} + 11p - 41 = 0$  имеет ровно  $10p - p^2 - 24$  различных корней.

**ОТВЕТЫ К ЗАДАНИЯМ  
ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ВАРИАНТА ПО МАТЕМАТИКЕ***Ответы к заданиям с выбором ответа*

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>	<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
<b>A1</b>	3	<b>A6</b>	2
<b>A2</b>	3	<b>A7</b>	4
<b>A3</b>	4	<b>A8</b>	2
<b>A4</b>	4	<b>A9</b>	2
<b>A5</b>	2	<b>A10</b>	2

*Ответы к заданиям с кратким ответом*

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
<b>B1</b>	0,6
<b>B2</b>	-1,5
<b>B3</b>	5940
<b>B4</b>	2
<b>B5</b>	2
<b>B6</b>	13
<b>B7</b>	-0,5
<b>B8</b>	7
<b>B9</b>	13
<b>B10</b>	28
<b>B11</b>	12

*Ответы к заданиям с развернутым ответом*

<b>№ задания</b>	<b>Ответ</b>
<b>C1</b>	0,2
<b>C2</b>	$(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
<b>C3</b>	$1 < x < 8, x > 32$
<b>C4</b>	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
<b>C5</b>	6

## КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЕРНУТЫМ ОТВЕТОМ

**C1** Найдите наименьшее значение функции

$$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 16} \quad \text{при} \quad |x - 5,5| \leq 2,5.$$

**Решение:**

$$1) |x - 5,5| \leq 2,5 \Leftrightarrow -2,5 \leq x - 5,5 \leq 2,5 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 8.$$

$$2) f'(x) = \frac{2(x^2 + 16) - 2x \cdot 2x}{(x^2 + 16)^2} = 2 \cdot \frac{16 - x^2}{(x^2 + 16)^2}.$$

$$f'(x) = 0 \quad \text{при} \quad x = 4, \quad \text{при} \quad x = -4.$$

$$-4 \notin [3; 8].$$

$$f(3) = \frac{6}{25} = 0,24, \quad f(4) = \frac{8}{32} = 0,25, \quad f(8) = \frac{16}{80} = 0,2.$$

Наименьшее значение функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[3; 8]$  равно  $0,2$ .

**Ответ:**  $0,2$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C1
<b>2</b>	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) определен промежуток, на котором требуется найти наименьшее значение функции; 2) найдено наименьшее значение функции. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
<b>1</b>	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены описка и/или вычислительная ошибка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.
<b>0</b>	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

**C2**Найдите все значения  $x$ , при каждом из которых выражения

$$\frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} \quad \text{и} \quad \frac{\sqrt{2} \sin^4 \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos^4 \frac{x}{2}}{\operatorname{tg} x} \quad \text{принимает равные значения.}$$

**Решение:**

$$1) \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sqrt{2} \sin^4 \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos^4 \frac{x}{2}}{\operatorname{tg} x} \Leftrightarrow \frac{\sin 2x - \sqrt{2} \sin^4 \frac{x}{2} + \sqrt{2} \cos^4 \frac{x}{2}}{\operatorname{tg} x} = 0.$$

$$2) \frac{2 \sin x \cos x + \sqrt{2} \cos x}{\operatorname{tg} x} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2 \sin x + \sqrt{2}) \cos x}{\operatorname{tg} x} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} (2 \sin x + \sqrt{2}) \cos x = 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \sin x + \sqrt{2} = 0 \\ \cos x \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

**Ответ:**  $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ 

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) составлено уравнение по условию задачи; 2) найдены корни полученного уравнения. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющая на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

**С3** Найдите все значения  $x > 1$ , при каждом из которых наибольшее из двух чисел  $a = \log_2 x + 2\log_x 32 - 2$  и  $b = 41 - \log_2^2 x^2$  больше 5.

**Решение:**

Так как  $x > 1$ , то  $\log_2 x > 0$ .

$$1) a > 5 \Leftrightarrow \log_2 x + 2\log_x 32 - 2 > 5 \Leftrightarrow \frac{\log_2^2 x - 7\log_2 x + 10}{\log_2 x} > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 2) \cdot (\log_2 x - 5) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 5 \\ \log_2 x < 2. \end{cases}$$

$$2) b > 5 \Leftrightarrow 41 - \log_2^2 x^2 > 5 \Leftrightarrow 4\log_2^2 x < 36 \Leftrightarrow \log_2^2 x < 9 \Leftrightarrow \log_2 x < 3.$$

3) Наибольшее из чисел  $a$  и  $b$  больше 5 тогда и только тогда, когда хотя бы одно из них больше 5, т.е. когда

$$\begin{cases} a > 5 \\ b > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x > 5 \\ \log_2 x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 32 \\ x < 8. \end{cases}$$

**Ответ:**  $1 < x < 8, x > 32$ .

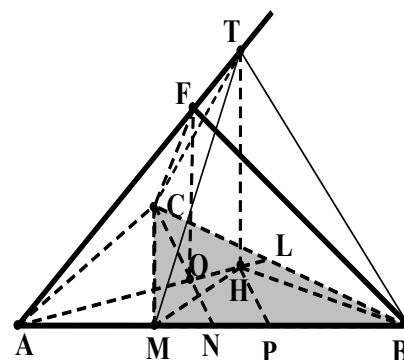
Баллы	Критерии оценки выполнения задания С3
4	Приведено верное решение, содержащее в каком-либо порядке и виде следующие шаги: 1) решение первого неравенства; 2) решение второго неравенства; 3) составление совокупности указанных двух неравенств и ее решение. Получен верный ответ.
3	Приведено логически верное решение, содержащее шаги 1), 2) и 3). Получен ответ. Допустимы вычислительные ошибки, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этих ошибок возможен неверный ответ.
2	Верно выполнены шаги 1) и 2) решения, а шаг 3) либо отсутствует, либо не доведен до конца, либо выполнен неверно. Ответ не получен или неверен.
1	Верно выполнен один из шагов 1) или 2) решения, а остальные шаги либо отсутствуют, либо не доведены до конца, либо выполнены неверно. Ответ не получен или неверен.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1–4 балла.

С4

Около правильной пирамиды  $FABC$  описана сфера, центр которой лежит в плоскости основания  $ABC$  пирамиды. Точка  $M$  лежит на ребре  $AB$  так, что  $AM : MB = 1 : 3$ . Точка  $T$  лежит на прямой  $AF$  и равноудалена от точек  $M$  и  $B$ . Объем пирамиды  $TBCM$  равен  $\frac{5}{64}$ . Найдите радиус сферы, описанной около пирамиды  $FABC$ .

**Решение:**

- 1) Пусть  $O$  – центр сферы радиуса  $R$ , описанной около пирамиды  $FABC$ . Так как  $OA = OB = OC = OF = R$ , а  $O \in ABC$ , то точка  $O$  является также центром окружности радиуса  $R$ , описанной около треугольника  $ABC$ . Треугольник  $ABC$  – правильный, следовательно,  $O$  – точка пересечения медиан треугольника  $ABC$ ,  $AB = R\sqrt{3}$ .



- 2)  $FABC$  – правильная пирамида, поэтому  $FO$  – высота пирамиды и  $AFO \perp ABC$ . По условию  $T \in AF$  и  $TM = TB$ . Опустим из точки  $T$  перпендикуляр  $TH$  на прямую  $AO$ . Так как  $AFO \perp ABC$ , то  $TH \perp ABC$ , и следовательно,  $TH$  – высота пирамиды  $TBCM$ , а отрезки  $NM$  и  $NB$  – проекции равных наклонных  $TM$  и  $TB$ . Значит,  $NM = NB$ , и поэтому треугольник  $BNM$  – равнобедренный, а его высота  $NP$  является медианой, то есть  $PM = PB$ .

- 3) Объем  $V$  пирамиды  $TBCM$ , равный  $\frac{1}{3}TH \cdot S_{BCM}$ , выразим через  $R$ . Из

$$\text{условия } \frac{AM}{MB} = \frac{1}{3} \quad \text{имеем} \quad AM = \frac{1}{4}AB = \frac{R\sqrt{3}}{4}, \quad MB = \frac{3R\sqrt{3}}{4},$$

$$MP = \frac{3R\sqrt{3}}{8}. \quad \text{Отсюда} \quad AP = \frac{5R\sqrt{3}}{8}. \quad \text{В прямоугольном треугольнике}$$

$$APH \text{ угол } A \text{ равен } 30^\circ, \text{ следовательно, } AH = \frac{AP}{\cos 30^\circ} = \frac{5R}{4}. \quad \text{Так как}$$

$OA = OF$ , то прямоугольный треугольник  $AOF$  – равнобедренный, поэтому в прямоугольном треугольнике  $AHT$  угол  $A$  равен  $45^\circ$ , следовательно,  $AH = TH$ . Медиана  $CN$  правильного треугольника  $ABC$  является его высотой. Поэтому  $CN$  – высота треугольника  $BCM$ . Следовательно, площадь треугольника  $BCM$  можно найти по формуле

$$S_{BCM} = 0,5CN \cdot BM. \quad \text{Имеем } CN = \frac{3}{2}CO = \frac{3R}{2} \text{ и } S_{BCM} = \frac{9R^2\sqrt{3}}{16}. \quad \text{Отсюда}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{5R}{4} \cdot \frac{9R^2\sqrt{3}}{16} = \frac{15R^3\sqrt{3}}{64}. \text{ По условию } \frac{15R^3\sqrt{3}}{64} = \frac{5}{64},$$

$$\text{откуда } R^3 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \text{ и } R = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

**Ответ:**  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С4
4	<p>Приведена верная последовательность шагов решения:</p> <p>1) установлено, что центром сферы, описанной около пирамиды FABC, является точка пересечения медиан треугольника ABC;</p> <p>2) установлено положение основания Н высоты ТН пирамиды ТВСМ;</p> <p>3) площадь основания, высота и объем пирамиды ТВСМ выражены через радиус R сферы, описанной около пирамиды FABC, вычислена искомая величина R.</p> <p>Верно обоснованы ключевые моменты решения:</p> <p>а) центр сферы, описанной около пирамиды FABC, – точка пересечения медиан основания пирамиды; б) основание Н высоты ТН пирамиды ТВСМ лежит на прямой АО, содержащей медиану треугольника ABC. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.</p>
3	<p>Приведены все шаги решения 1) – 3).</p> <p>Приведены утверждения, составляющие ключевые моменты а) и б) решения. Допустимы отсутствие обоснований ключевых моментов решения или неточности в обоснованиях<sup>1</sup>, но не грубые ошибки.</p> <p>Допустимы одна описка и/или негрубая ошибка в вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этой описки и/или ошибки возможен неверный ответ.</p>
2	<p>Приведены шаги решения 1) – 3).</p> <p>Утверждения, составляющие ключевые моменты а) и б) решения, либо оба отсутствуют, либо приведено только одно из них. Но сами ключевые моменты использованы в решении.</p> <p>Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустимы описки и/или негрубые ошибки в вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ.</p>
1	<p>Ход решения правильный, но решение не завершено: указано положение центра описанной сферы (описано словесно либо отражено на чертеже). Найдены некоторые числовые</p>

<sup>1</sup> Неточностью в обоснованиях является замена свойства на определение или на признак или наоборот, а также неверные названия теорем или формул.

	характеристики пирамид, например, длина отрезка $AP$ выражена через радиус $R$ сферы, описанной около пирамиды $FABC$ . Приведенные в решении обоснования и вычисления не содержат грубых ошибок. Допустимы негрубые ошибки в преобразованиях и вычислениях, не влияющие на правильность хода решения.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления 1 – 4 баллов.

C5

Найдите все значения параметра  $p$ , при каждом из которых уравнение

$$(1,5p - 7) \cdot 32^{0,4x+0,2} + (29p - 154) \cdot 0,125^{\frac{-x}{3}} + 11p - 41 = 0$$

имеет ровно  $10p - p^2 - 24$  различных корней.

**Решение:**

1) Так как  $32^{0,4x+0,2} = (2^5)^{0,4x+0,2} = 2^{2x+1} = 2 \cdot 4^x$ ,  $0,125^{\frac{-x}{3}} = (2^{-3})^{\frac{-x}{3}} = 2^x$ , то  $(3p - 14)4^x + (29p - 154)2^x + 11p - 41 = 0$ .

Пусть  $t = 2^x > 0$ . Тогда получаем квадратное уравнение относительно  $t$  с параметром  $p$ :

$$(3p - 14)t^2 + (29p - 154)t + 11p - 41 = 0. \quad (*)$$

Значит, число  $n$  различных корней исходного уравнения не больше 2.

2) Если  $n = 2$ , то по условию  $10p - p^2 - 24 = 2$ ,  $p^2 - 10p + 26 = 0$ , что невозможно, т.к.  $D = -4 < 0$ . Остаются случаи  $n = 1$  и  $n = 0$ .

Если  $n = 1$ , то  $10p - p^2 - 24 = 1$ ,  $p^2 - 10p + 25 = 0$ ,  $p = 5$ . Тогда уравнение (\*) примет вид  $t^2 - 9t + 14 = 0$ ,  $t_1 = 2$ ,  $t_2 = 7$ . Так как  $t = 2^x$ , то  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = \log_2 7$ . Поэтому  $n = 2$ . Противоречие с равенством  $n = 1$ .

3) Если  $n = 0$ , то  $10p - p^2 - 24 = 0$ ,  $p^2 - 10p + 24 = 0$ ,  $p_1 = 4$ ,  $p_2 = 6$ .

Пусть  $p = 4$ . Тогда уравнение (\*) примет вид  $-2t^2 - 38t + 3 = 0$ . Ветви параболы направлены вниз, ось  $Oy$  она пересекает выше точки  $(0; 0)$ . Поэтому уравнение (\*) имеет ровно один положительный корень  $t_0$  и исходное уравнение имеет ровно один корень  $x = \log_2 t_0$ . Значит,  $n = 1$ .

Противоречие с равенством  $n = 0$ .

Пусть  $p = 6$ . Тогда уравнение (\*) примет вид  $4t^2 + 20t + 25 = 0$ ,  $t = -2,5$ . Так как  $t = 2^x > 0$ , то исходное уравнение не имеет корней. Значит,  $p = 6$  удовлетворяет условию задачи.



**Ответ:** 6.**ЗАМЕЧАНИЯ.**

А) В шаге 2) не обязательно явно указывать 2 корня исходного уравнения. Допустимо использование только положительности корней уравнения (\*).

Б) В шагах 2) – 3) можно не объяснять, как найдены корни квадратного уравнения.

В) В шаге 3) можно явно решить квадратное уравнение относительно  $t$  и указать его положительный корень.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С5
4	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения:</p> <p>1) тождественные преобразования показательных выражений и оценка <math>n \leq 2</math> числа корней исходного уравнения;</p> <p>2) разбор случаев <math>n = 2</math> и <math>n = 1</math>;</p> <p>3) разбор случая <math>n = 0</math>, проверка того, что <math>p = 6</math> удовлетворяет условию.</p> <p>Обоснованы все моменты решения:</p> <p>а) в шаге 2) явно указаны два корня исходного уравнения или же их существование объяснено ссылкой на неравенство <math>t &gt; 0</math>;</p> <p>б) в шаге 2) разбор случаев <math>n = 2</math> и <math>n = 1</math> обоснован свойствами квадратичной функции и/или явным указанием её нулей;</p> <p>в) в шаге 3) имеется ссылка на условие <math>t &gt; 0</math>.</p> <p>Все преобразования и вычисления верны. Получен верный ответ.</p>
3	<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения. В шаге 3) допустимо отсутствие обоснования в). Обоснованы ключевые моменты а) и б).</p> <p>Допустимы 1 описка и/или негрубая вычислительная ошибка в шаге 3), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате может быть получен неверный ответ.</p>
2	<p>Приведена в целом верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Верно выполнен шаг 1). В шаге 2) верно исследован только один из случаев <math>n = 2</math> или <math>n = 1</math>. При их рассмотрении обоснован хотя бы один из ключевых моментов а), б).</p> <p>Допустимо, что решение не завершено.</p>
1	<p>Общая идея, ход решения верны. Верно выполнен шаг 1): исходное уравнение сведено к квадратному относительно новой переменной. Получена оценка <math>n \leq 2</math> числа корней исходного уравнения.</p> <p>Допустимо, что решение не завершено.</p>
0	<p>Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла.</p>